



Universidad Nacional de La Plata

Departamento
de
Economía
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de La Plata

Simulación mediante Agentes Económicos Computados

Luciano Di Gresia

Documento de Trabajo Nro. 13
Mayo 1999

Simulación mediante agentes económicos computados.

1- Introducción

El presente trabajo tiene por objeto iniciar un camino en el desarrollo de modelos de simulación mediante agentes económicos computados. En esta parte de la investigación se procede a ahondar en los conceptos derivados de la aplicación del paradigma de los sistemas complejos a la economía. Las aplicaciones generadas luego del entendimiento de este nuevo enfoque resultan los primeros pasos. En esta versión del trabajo se han pretendido comprender los conceptos involucrados y aplicarlos a un ejemplo muy sencillo con el objeto de comprobar las posibilidades. No obstante ser el inicio de la investigación, se ha intentado plantear las primeras líneas de análisis en el diseño de un modelo de equilibrio general de agentes computados que permita utilizarse como base de análisis y comprobación de problemáticas económicas.

El trabajo se encuentra comprendido por una primera parte donde se expone el marco conceptual incluyendo consideraciones respecto de los sistemas complejos en general, la economía como un sistema complejo, artificial life y los desarrollos de Agent-based computational economic. Seguidamente se presenta el desarrollo de la modelización de agentes computados en base a un sencillo ejemplo de equilibrio parcial. En este punto se otorga interés en la descripción detallada de la manera como se modelaron las funciones de comportamiento de los agentes y el esquema de actuaciones. Más adelante se expone la estructura básica de un modelo de equilibrio general de agentes computados, el cual se encuentra en desarrollo en cuanto a su implementación práctica. Finalmente se completa el trabajo con dos secciones dedicadas a consideraciones de las ventajas y desventajas de las herramientas presentadas y a su aplicación en el estudio de problemáticas específicas.

2- Marco conceptual

Introducción a los sistemas complejos

En los últimos tiempos se ha verificado un gran avance en el estudio de los denominados sistemas complejos. Tal hecho encuentra su razón en la creciente disponibilidad de mejores sistemas de cómputo que posibilitan capacidades de procesamiento numérico no imaginadas hasta hace pocos años.

Pero, ¿qué es un sistema complejo?. Un sistema complejo puede definirse como un sistema compuesto por una gran cantidad de componentes simples que interactúan, intercambian información con el entorno y tienen capacidad para adaptar su comportamiento como consecuencia de las interacciones. El elemento fundamental radica en que las interacciones simples entre los componentes pueden generar comportamientos complejos en el sistema en su conjunto. En consecuencia nos encontramos con el paradigma consistente en que la complejidad del conjunto es más que la suma de los componentes.

El problema es que muchos de los sistemas complejos no pueden ser analizados matemáticamente, pudiendo sí ser estudiados mediante experimentos numéricos. Los sistemas que tienen esa característica son denominados “irreducibles”, siendo a través de simulaciones la única manera de estudiar su evolución.

La técnica radica en diseñar los componentes, especificando la estructura y las interacciones posibles junto a las funciones de comportamiento ante cada situación considerada. Luego se procede a conectar el comportamiento de los componentes siguiendo alguna lógica de ordenamiento temporal. Finalmente se hace evolucionar la simulación y se estudian los resultados tratando de encontrar alguna dinámica emergente.

En este punto del análisis resulta de interés especificar las características básicas que hacen que un sistema sea calificado como “complejo”. En este sentido hablamos de sistemas complejos cuando nos encontramos, como ya dijimos, con sistemas que poseen gran cantidad de componentes, cuyas interacciones tienen características aleatorias lo que genera desequilibrios en cuanto a que no todos los componentes logran su comportamiento óptimo (fenómeno de frustración). Estas características hacen que no sea esperable que el sistema llegue a un óptimo global en el cual las interacciones no generen cambios en los componentes. De aquí se deduce que la dinámica general de un sistema complejo evoluciona en constante desequilibrio empujado por las funciones de comportamiento hacia un equilibrio global cambiante con la evolución de las interacciones. Asemejándose tal comportamiento a una dinámica que bordea el caos.

Los sistemas complejos y la economía²

La descripción anterior se ha referido a sistemas complejos en general, los cuales se aplican en estudios de las ciencias físicas, biológicas, computacional, etc. Sin embargo nuestro interés primario en este trabajo consiste en considerar a la economía bajo la óptica de un sistema complejo y proceder en consecuencia. En esta sección nos introduciremos en los conceptos básicos de la economía como un sistema complejo.

Los sistemas económicos poseen características aparentemente contradictorias. Por un lado presentan un impresionante ejemplo de auto organización entre infinidad de agentes. Dos ejemplos muy representativos de esto son la existencia del dinero y el sistema de precios a partir de decisiones descentralizadas. Esta auto organización parece operar sobre el sistema como una “mano invisible”, logrando que consumidores y productores coordinen sus acciones a pesar que cada uno toma decisiones basándose en información incompleta y preferencias independientes. El resultado global del sistema es un alto nivel de orden y regularidad en sus indicadores.

Esta regularidad y orden contrasta con el hecho observable de que los sistemas económicos evolucionan permanentemente. Las mutaciones constantes de la estructura interna del sistema producen amplias fluctuaciones en los mercados, poniendo en duda la relevancia empírica del concepto de equilibrio. Los indicadores económicos parecen mostrar la realidad del sistema en su transición de un desequilibrio hacia otro desequilibrio, pero siempre siguiendo la dirección de un equilibrio global cambiante.

La ciencia económica se ha aproximado al análisis del sistema económico a través de dos métodos:

El método lingüístico que tiene la ventaja de su versatilidad pero carece de precisión cuantitativa en sus conclusiones. El método matemático que basa sus conclusiones en la rigurosidad de los teoremas matemáticos pero puede derivar en modelos ad hoc con supuestos no relevantes empíricamente pero necesarios para la forma matemática.

Cuando enfocamos a la economía bajo el concepto de sistema complejo nos encontramos con que ambos métodos resultan insuficientes. En este punto es que aparece la tercera

² Ver Anderson, Arrows y Pines (1988)

alternativa basada en la construcción de modelos computacionales que permitan estructurar una simulación del problema económico bajo estudio. Las simulaciones computadas posibilitan aproximarnos al entendimiento del sistema económico desde una perspectiva inversa que el enfoque matemático. En este sentido la aproximación de la simulación computada se realiza desde la modelización de los componentes para llegar al resultado global (bottom-up). Este enfoque se enfrenta a la aproximación matemática tradicional (bottom-down) que estudia el comportamiento del sistema desde su totalidad (el ejemplo más claro es el supuesto de “agente representativo”).

El enfoque bottom-up plantea el análisis desde una perspectiva opuesta a la usual. Desde el comienzo de la ciencia el enfoque fue el de predecir la evolución de un sistema conociendo las interacciones entre los componentes. Con el enfoque bottom-up (necesario para analizar los sistemas complejos irreducibles), tenemos que el método es determinar cuáles deben ser las interacciones y el comportamiento de los componentes para que la evolución global del sistema sea la que se conoce empíricamente.

La tarea de quien se aproxime a la economía como a un sistema complejo, radicará en deducir las características y comportamientos esenciales de los agentes económicos que son responsables del comportamiento global emergente que se pretende estudiar. Luego deberá implementar el modelo en forma de algoritmos lógico-matemáticos, y finalmente tendrá que efectuar las simulaciones e interpretar los resultados. En este punto el investigador podrá trabajar con el modelo como si se tratase de un laboratorio de ensayos, puesto que una vez implementado resulta relativamente fácil probar con distintas condiciones.

Luego de esta introducción a los sistemas complejos en las siguientes secciones se tratarán conceptos relacionados como Artificial Life, Algoritmos Genéticos y Agent-based computational economic.

Artificial Life en Economía (Alife)

Alife es el enfoque “bottom up” del estudio de fenómenos básicos comúnmente asociados con la vida de organismos, tales como auto-replicación, evolución, adaptación, auto-organización, parasitismo, competición, cooperación y formación de redes sociales (Tsfatsion 1997). Alife complementa la tradicional ciencia biológica y social, con el análisis de laboratorio de “organismos vivos” logrados por medio de simulación o sintetización de “vida”, comportándose dentro de un software de computadora, un robot o cualquier otro dispositivo creado por el hombre. Un primer objetivo es el entendimiento del actual y potencial proceso de vida. Un segundo objetivo es el uso de la naturaleza como inspiración para el desarrollo de algoritmos de solución a dificultosos problemas de optimización caracterizados por muchas dimensiones no lineales y múltiples óptimos locales.

Los sistemas estudiados por los investigadores de Alife son Sistemas Adaptativos Complejos (CAS) que comparten muchas de las siguientes características. Los sistemas consisten en muchas unidades dispersas actuando en paralelo sin ningún responsable del control global del comportamiento de todas las unidades. La acción de cada unidad depende del estado y acción de un limitado número de otras unidades (no de todas las unidades), siendo el comportamiento del sistema completo determinado por la competencia y coordinación entre las unidades sujetas a restricciones estructurales. La complejidad de estos sistemas tiende a surgir fundamentalmente de la interacción entre las unidades en vez de la complejidad inherente a cada individuo por sí sólo. Incluso las redes de interacción

que conectan a los individuos son continuamente recombinadas y revisadas. En particular, nichos que pueden ser explotados por adaptaciones particulares son continuamente creados. En consecuencia, los investigadores de Alife tienden a enfocarse sobre sistemas que evolucionan constantemente en los cuales el comportamiento global surge de interacciones locales de unidades distribuidas. En este sentido los investigadores de Alife llaman a su enfoque como “bottom up”. Las unidades que comprendan el sistema pueden ser muy variadas: cadenas de bits, moléculas, robots, insectos o agentes económicos artificiales; la descripción abstracta de cómo las unidades interactúan resultando en un comportamiento global es claramente una reminiscencia de la economía Schumpeteriana, sólo filtrada a través de una terminología no familiar.

En economía recientemente se comenzó a aplicar el paradigma Alife al estudio computacional del proceso de evolución económica. Explotando las recientes ventajas de la programación orientada a objetos con lenguajes tales como C++, Pascal-Delphi y Java, las investigaciones han extendido los trabajos previos de evolución económica en varias direcciones. Estos desarrollos se han denominado “Agent-based computational economics” (ACE).

Algunos de los desarrollos realizados por ACE han sido:

- Determinación endógena de interacciones entre agentes.
- Análisis de un mayor número de interacciones que el típicamente considerado, con asociaciones cooperativas y predatorias.
- Representación de las acciones de los agentes y las interacciones con un amplio grado de abstracción, permitiendo generalizaciones para aplicaciones específicas.
- Expresión del proceso de evolución en términos de algoritmo genético (Arifovic 1994) (recombinación y/o mutación), con operaciones que actúan directamente sobre las características de los agentes. Esta selección evolucionista resulta en una continua creación de nuevos modos de comportamiento y por consiguiente en cambios en las redes de interacciones entre los agentes.

Un ejemplo de algoritmo genético básico usado en muchos estudios ACE, que hace evolucionar hacia una nueva población de agentes desde una existente población usa cuatro pasos:

- Evaluación: en el cual un puntaje de aptitud es asignado a cada agente dentro de la población.
- Selección para reproducción: en el cual un subconjunto de la población existente de agentes es seleccionado para reproducción, con una selección sesgada en favor de los más aptos.
- Recombinación: en el cual nuevas características son generadas por combinación del material genético (características estructurales) de pares de padres escogidos en los pasos anteriores.
- Mutación: en el cual variaciones adicionales son introducidas dentro de las poblaciones por mutaciones de características estructurales pasadas a los descendientes con alguna pequeña probabilidad.

El concepto de algoritmo genético puede ser útil en muchos aspectos, por ejemplo imaginemos el diseño de un algoritmo que descarte opciones de escenarios futuros de una determinada variable que debe considerar un agente en particular dentro de un modelo de vida artificial. Este algoritmo podría ser algo así como un mecanismo de aprendizaje dentro de un modelo económico donde los agentes intervinientes debieran predecir el valor de ciertas variables (por ejemplo precios futuros) para poder tomar decisiones óptimas. En este

sentido el algoritmo genético resultaría una potente herramienta para modelar expectativas y procesos de aprendizaje en economía. Como se verá más adelante, en el modelo presentado en este trabajo no se diseñó un algoritmo genético particular para modelar expectativas, no obstante el modelo representa un estructura propicia para incorporarle en desarrollos futuros diferentes opciones de algoritmos genéticos.

Agent-based computational economic (ACE)

ACE es caracterizado como el estudio computacional de modelar economías que involucran a sistemas descentralizados con interacción de agentes autónomos. El tema central de las investigaciones de ACE es entender la aparente espontánea aparición de regularidades globales en el proceso económico, tales como coordinación no planeada del intercambio y mercados económicos descentralizados, hechos que los economistas asociamos con la mano invisible de Adam Smith. El desafío es explicar esas regularidades globales de abajo hacia arriba (enfoque “bottom up”), en el sentido de que las irregularidades surgen de la interacción local de agentes autónomos canalizadas a través de instituciones económicas actuales o potenciales, en vez de surgir de mecanismos de coordinación tales como un único consumidor representativo (enfoque “top down”, desde arriba).

ACE es una especialización enfocada a la economía con base en el paradigma de los sistemas adaptativos complejos (CAS, complex adaptive systems) (Tesfatsion 1997, Axelrod 1997).

3- Modelización con agentes económicos computados

Luego del marco conceptual presentado desarrollaremos ahora un ejemplo sencillo para introducirnos en la modelización de agentes económicos computados. El ejemplo se basa en la modelización de un único mercado, siendo el objetivo el de presentar diferencialmente el enfoque de simulación bottom-up en contraste con el análisis tradicional bottom-down. No se pretende agregar ninguna conclusión económica al ejemplo desarrollado, solamente se pretende presentar las herramientas de programación básicas necesarias. En este último sentido ya es tiempo de indicar que para llevar a la práctica los conceptos vertidos, se utilizó el lenguaje Pascal-Delphi, utilizándose un enfoque de programación orientada a objetos (POO)³.

Ejemplo sencillo de equilibrio parcial

³ A los fines de este trabajo resulta suficiente decir que la programación orientada a objetos representa una manera eficiente de organizar las estructuras de datos dentro de un programa. En términos del modelo de agentes computados un objeto sería por ejemplo el individuo. En este sentido la POO asigna al objeto individuo dos tipos de entidades: variables y procedimientos (a su vez cada uno de ellos puede ser público o privado dependiendo de si son accesibles desde otros objetos). Como variables tendríamos por ejemplo: el monto de dinero que posee el individuo, la empresa en la que trabaja, la edad; mientras que como procedimientos tendríamos: la demanda de bienes y la optimización de la cartera de ahorro. Implementando mediante “objetos” a los agentes del modelo, tendremos una organización eficiente del sistema. La POO es aplicable fácilmente mediante lenguajes que disponga de esa característica en forma nativa, aunque también es posible emularla si se respetan sus restricciones.

Se modeliza un mercado con la siguiente estructura:

Existen 20 consumidores que poseen cada uno \$50 para gastar en un único bien.

Hay 10 empresas que producen cada una 10 unidades del único bien.

Aplicando nuestros conocimientos básicos se deduce que la demanda total de los consumidores tiene la siguiente forma:

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^I M_i}{P}$$

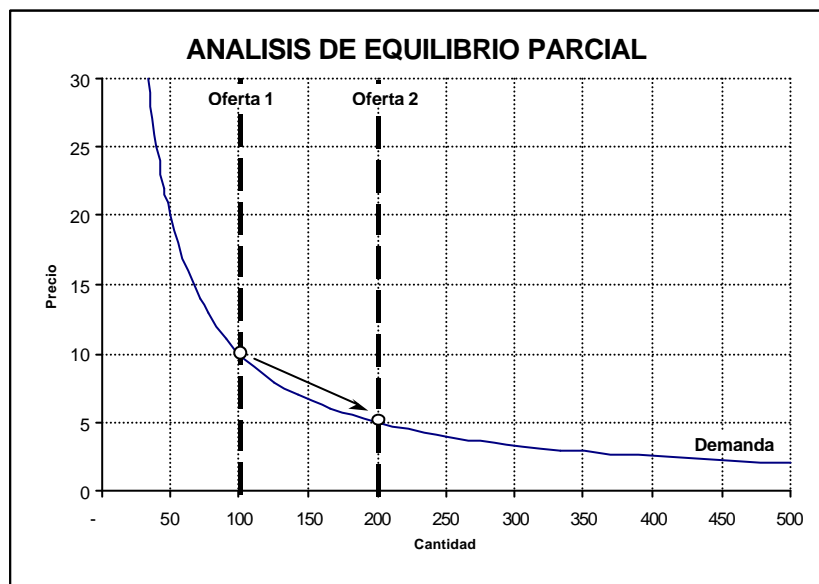
Donde:

Q: es la cantidad demandada.

M_i: es la disponibilidad de dinero del individuo i.

P: es el precio del bien.

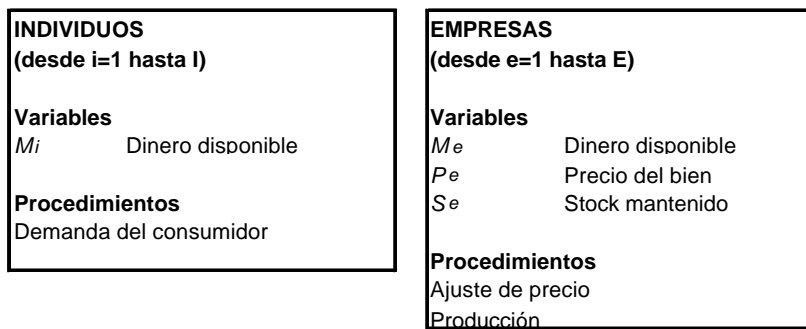
Veamos ahora gráficamente como se obtiene el equilibrio de mercado:



En el gráfico se ha representado la curva de demanda bajo la forma ya especificada y la curva de oferta para el nivel de producción establecido inicialmente (Oferta 1). Se observa que el equilibrio de mercado (intersección entre las curvas) se encuentra al nivel de precio = 10. Adicionalmente se presenta una curva de oferta (Oferta 2) para un nivel de producción de 200 (20 por empresa). En este caso el equilibrio de mercado se encuentra en el nivel de precio de 5.

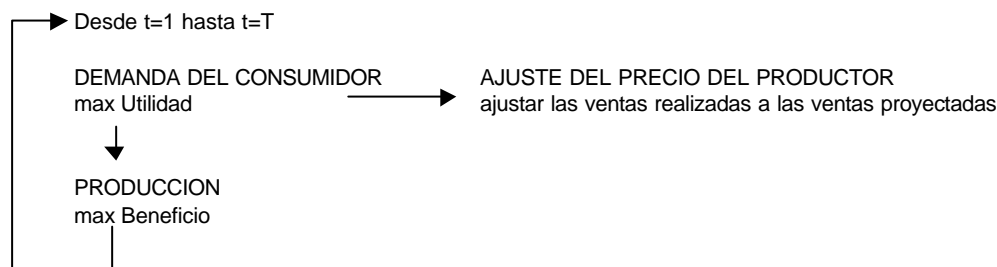
Lo presentado resulta por demás conocido y sencillo en economía. Tratándose básicamente del enfoque bottom-down. Seguidamente se presentará la forma como se modeliza mediante agentes computados el mismo ejemplo.

Lo primero que debemos hacer es transcribir la estructura definida para los agentes en términos del lenguaje computacional bajo el enfoque de programación orientada a objetos:



El siguiente paso, tal como se describió en el marco conceptual, consiste en definir el esquema de flujo secuencial de actuaciones de los agentes a través del tiempo:

SECUENCIA DE ACTUACION DE LOS AGENTES



El primer concepto involucrado es el de ciclo temporal. Este representa el funcionamiento en el tiempo del modelo, en el esquema está representado por la expresión “Desde $t=1$ hasta $t=T$ ” (y sus flechas asociadas), lo cual significa que el modelo se ejecutará T veces desde $t=1$. En términos de programación pascal consiste simplemente en una sentencia de tipo “for $t:=1$ to T do”, es decir “desde t igual a 1 hasta T ”.

El segundo concepto consiste en los procedimientos de actuación de los agentes. En este caso existen dos procedimientos básicos: **demanda del consumidor** y **producción**. Es importante aclarar que dentro de cada procedimiento de actuación de los agentes, actúan todos los agentes en secuencia, es decir desde el individuo $i=1$ hasta $i=UltimoIndividuo$ y desde la empresa $e=1$ hasta $e=UltimaEmpresa$. La secuencia de actuación de los agentes puede ser refinada para impedir que el ordenamiento de actuación (al mantenerse inalterable) pueda afectar el resultado final, en este sentido una metodología posible es la de armar una cola aleatoria de los agentes en el momento en que van actuar (Ver apéndice para consideraciones respecto del carácter aleatorio de los modelos)

Un tercer concepto es el de un procedimiento asociado a otro. Es el caso del **ajuste del precio** de la empresa que se ejecuta cada vez que se produce una demanda del individuo consumidor.

El esquema y la descripción realizada responden a una estructura extremadamente básica de modelización de agentes computados, no obstante para que el modelo sea operativo falta incorporar la forma como los agentes actúan cuando les toca hacerlo. Seguidamente se presenta el código en delphi-pascal del comportamiento de cada agente.

Demanda del individuo consumidor

Este procedimiento lo ejecutan todos los individuos al comienzo de cada período:

```
procedure Consumo( i : longint );
var Individuo
  VectorContactoIndividuoEmpresa : array[ 1..UltimaEmpresa ] of longint;
  UltimoAct                       : longint;
  cambio                          : boolean;
  Empresal, Empresa2              : rgtEmpresa;
  n                               : longint;
  temp                            : longint;
  PrecioMinimo                   : real;
  ConsumoDeseado                 : real;
  stock_acumulado                : real;
  gasto_acumulado                : real;
  ConsumoRealizado               : real;
begin
  { CONTACTO CON EMPRESAS }
  for n := 1 to UltimaEmpresa do
  begin
    VectorContactoIndividuoEmpresa[n] := n;
  end;

  { ORDENAMIENTO POR PRECIO }
  UltimoAct := UltimaEmpresa - 1;
  repeat
    cambio := false;
    for n := 1 to UltimoAct do
    begin
      LeerEmpresa( rG, VectorContactoIndividuoEmpresa[ n ], Empresal );
      LeerEmpresa( rG, VectorContactoIndividuoEmpresa[n+1], Empresa2 );
      if ( Empresal.Precio ) > ( Empresa2.Precio )
      then
        begin
          temp := VectorContactoIndividuoEmpresa[ n ];
          VectorContactoIndividuoEmpresa[n]:=
            VectorContactoIndividuoEmpresa[n+1];
          VectorContactoIndividuoEmpresa[n+1] := temp;
          cambio := true;
        end;
      end;
    Dec( UltimoAct );
  until not cambio or (UltimoAct = 1);

  { CALCULO DE CONSUMO DESEADO }
  {averiguacion del precio minimo}
  LeerEmpresa( rG, VectorContactoIndividuoEmpresa[1], Empresal );
  PrecioMinimo := Empresal.Precio;
  LeerIndividuo( rG, i, Individuo );
  ConsumoDeseado := Individuo.Efectivo / PrecioMinimo;

  { ESTIMACION DE LA COMPRA Y GASTO NECESARIO
  (considerar stock de la empresa) }
  stock_acumulado := 0;
  gasto_acumulado := 0;
  n := 1;
  repeat
    LeerEmpresa( rG, VectorContactoIndividuoEmpresa[n], Empresal );
    stock_acumulado := stock_acumulado + Empresal.Stock;
    if stock_acumulado >= ConsumoDeseado
    then
      begin
        gasto_acumulado := gasto_acumulado +
          ( ConsumoDeseado - stock_acumulado + Empresal.Stock ) *
Empresal.Precio;
        n := UltimaEmpresa + 1;
      end
    else
      begin
        gasto_acumulado := gasto_acumulado + Empresal.Stock * Empresal.Precio;
```

```

        inc( n );
    end;
until n > UltimaEmpresa;

{ COMPRA DE BIEN PARA CONSUMIR }
for n := 1 to UltimaEmpresa do
begin
    LeerEmpresa( rG, VectorContactoIndividuoEmpresa[n], Empresa1 );

    TransaccionIndividuoEmpresa( i, VectorContactoIndividuoEmpresa[n], ConsumoDeseado,
ConsumoRealizado );

    ConsumoDeseado := ConsumoDeseado - ConsumoRealizado;
ConductasEmpresariasPrecio( VectorContactoIndividuoEmpresa[n], ConsumoDeseado +
ConsumoRealizado );
end;

end;

```

Del código anterior podemos decir que se encuentra estructurado en 5 partes que se ejecutan secuencialmente:

Contactos con las empresas: en el código se observa que los individuos consumidores se contactan con la totalidad de las empresas existentes (for n:=1 to UltimaEmpresa). Lo interesante en este caso es que se podría haber modelado información imperfecta por parte del consumidor simplemente restringiendo el vector de empresas contactadas a menos del total. Esta restricción se podría haber realizado por algún componente aleatorio, o incluso algún componente espacial si se considerara tal propiedad en el modelo. Lo dicho empieza a dar una pauta de la flexibilidad en el diseño.

Ordenamiento de las empresas por precio: luego de haber contactado a las empresas, el individuo procede a ordenarlas por un criterio de preferencia en base al precio. En este caso vemos que no existen consideraciones de calidad, por lo que las empresas de menor precio son las que en definitiva efectuarán la transacción con el individuo. El procedimiento recursivo de ordenamiento empleado consiste en el método de “burbujas”, el cual puede ser sin duda mejorado para posibilitar menor esfuerzo computacional en modelos más grandes.

Cálculo del consumo deseado: en base al precio mínimo encontrado y a la disponibilidad de dinero del individuo se calcula el consumo deseado. Recordemos que el modelo supone la existencia de un solo bien y el consumo total en cada período.

Cálculo del gasto necesario y la cantidad a comprar: en esta parte del código se procede a corregir el consumo deseado en función del stock disponible en las empresas. Esto resulta necesario puesto que la empresa que posee el precio mínimo puede no tener stock suficiente para satisfacer la demanda del consumidor, entonces la demanda faltante es satisfecha por la empresa de mínimo precio siguiente.

Compra del bien para consumir: en esta parte se procede a realizar la transacción entre el individuo consumidor y las empresas (ó empresa) que fueron seleccionadas en los procedimientos anteriores. Este código utiliza un procedimiento adicional llamado “TransaccionIndividuoEmpresa”, siendo el que efectúa la compra del bien por parte del individuo. Por razones de prolijidad en la programación este procedimiento se implementó aparte, por lo que se presenta a continuación:

```

procedure TransaccionIndividuoEmpresa( i, e : longint; cantidad : real;
var ConsumoRealizado : real );
var Individuo : rgtIndividuo;
    Empresa : rgtEmpresa;
    compra : real;

```

```

begin
  LeerIndividuo( rG, i, Individuo );
  LeerEmpresa ( rG, e, Empresa );

  { Ajusto compra-stock }
  if cantidad > Empresa.Stock
    then compra := Empresa.Stock
    else compra := cantidad;

  { Ajusto de acuerdo a disponibilidad de efectivo }
  if Individuo.Efectivo < Empresa.Precio * compra
    then
      begin
        compra := Individuo.Efectivo / Empresa.Precio;
      end;

  { TRANSACCION }
  { pago }
  Individuo.Efectivo := Individuo.Efectivo - Empresa.Precio * compra;
  { cobro }
  Empresa.Efectivo := Empresa.Efectivo + Empresa.Precio * compra;
  if Empresa.Efectivo < Cero
    then Empresa.Efectivo := 0;
  if Individuo.Efectivo < Cero
    then Individuo.Efectivo := 0;
  { entrega del producto }
  Empresa.Stock := Empresa.Stock - compra;

  GrabarIndividuo( rG, i, Individuo );
  GrabarEmpresa ( rG, e, Empresa );

  ConsumoRealizado := compra;

end;

```

Este procedimiento lo único que especifica es el mantenimiento de la consistencia en cuanto a las cantidades de dinero y de bienes de los individuos y las empresas. Se observa la aparición de la variable “Cero” en reemplazo del número 0, esto resulta necesario dado los errores que se producen al computar producto del manejo de coma flotante que hace la computadora.

Ajuste del precio por parte de las empresas

Este procedimiento lo ejecutan las empresas luego de cada demanda de los individuos, obsérvese la llamada a este procedimiento dentro del procedimiento de consumo individual (texto resaltado).

```

procedure ConductasEmpresariasPrecio( e : longint; venta : real );
var Empresa                : rgtEmpresa ;
    ContactosEsperados     : longint    ;
    ContactosEsperadosRestantes : longint  ;
    VentaEsperada          : real      ;
begin
  LeerEmpresa( rG, e, Empresa );

  { determino contactos promedios }
  ContactosEsperados := UltimoIndividuo;

  { determino contactos esperppados restantes }
  ContactosEsperadosRestantes := ContactosEsperados - Empresa.Contactos;

  { determino venta esperada }
  VentaEsperada := (Empresa.Stock + venta - StockMinimo) / ContactosEsperadosRestantes;
  if VentaEsperada < 0

```

```

    then VentaEsperada := 0;

    { comparo con venta realizada y vario precio }
    if venta > VentaEsperada
    then
    begin
        { subo el precio }
        Empresa.Precio := Empresa.Precio * VariacionPorcentualPrecioSuba;
    end;
    if venta < VentaEsperada
    then
    begin
        { bajo el precio }
        Empresa.Precio := Empresa.Precio / VariacionPorcentualPrecioBaja;
    end;

    { actualizo numero de contacto diario }
    Empresa.Contactos := Empresa.Contactos + 1;

    GrabarEmpresa( rG, e, Empresa );

end;

```

Se puede observar que las empresas para ajustar el precio simplemente observan la demanda que recibieron (variable Venta) y la comparan con la demanda esperada (variable VentaEsperada)⁴. De acuerdo a esta comparación surge si deben aumentar o disminuir el precio. La cuantía del ajuste en el precio es un parámetro incorporado al modelo. En este sentido existen una serie de consideraciones:

Si el coeficiente de ajuste en el precio es muy bajo entonces el modelo representará con más “suavidad” la evolución de las variables, llegándose en el equilibrio a una especie de estado estacionario con muy pocas fluctuaciones. No obstante resultarán necesarias muchas interacciones del modelo para llegar al equilibrio partiendo de una situación de desequilibrio inicial (mucho demora en el tiempo de procesamiento)

Si el coeficiente de ajuste en el precio es muy alto, entonces se llegará más rápido al valor medio de equilibrio, pero las fluctuaciones serán mayores.

Estas mismas consideraciones son aplicables a todos los mercados que se modelicen. En consecuencia a medida que se incorporan más mercados al modelo, se hace necesario ir aumentando el coeficiente de ajuste de los precios para disminuir el tiempo de procedimiento requerido para llevar al equilibrio del sistema.

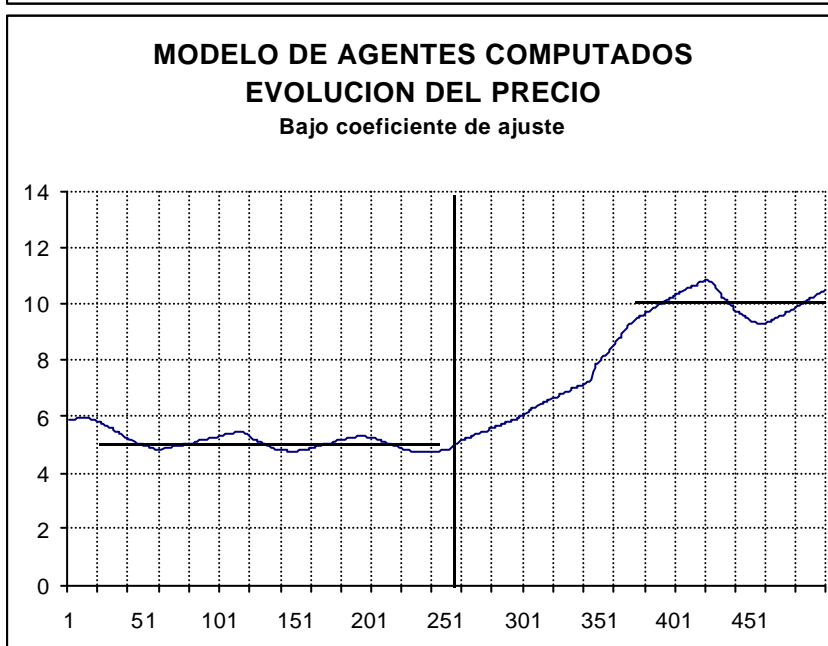
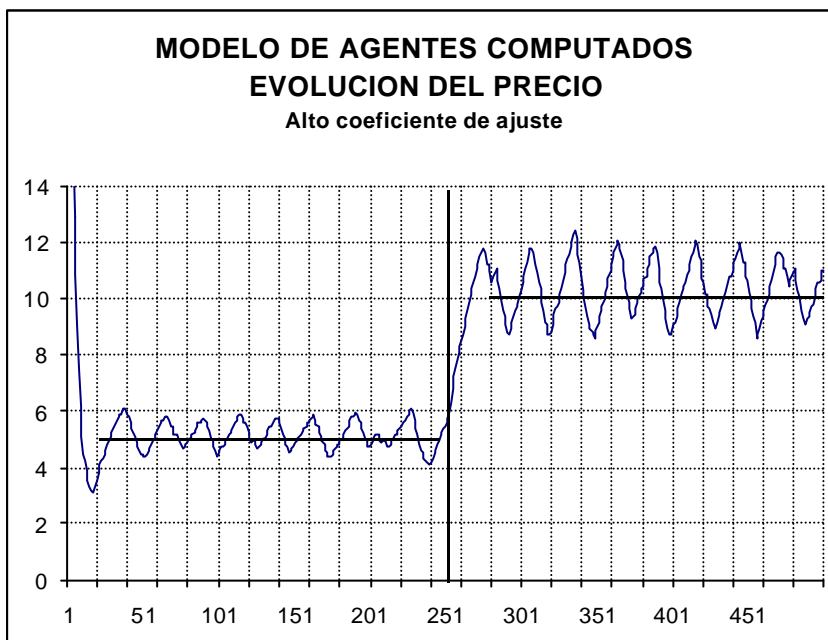
En definitiva el hecho de que el resultado del sistema sea una evolución fluctuante alrededor del equilibrio y no un estado estacionario puro, depende del coeficiente de ajuste en los precios, los cuales encuentran un límite inferior en la velocidad de procesamiento del hardware disponible.

Simulaciones

Presentadas ambas modelizaciones, el siguiente paso consiste en comparar los resultados obtenidos con ambos métodos. Ya se visualizó en el gráfico de mercado como se obtiene el equilibrio, ahora falta observar la evolución del modelo de agentes computados para verificar el comportamiento de la variable precio que es la que nos interesa comparar.

⁴ La demanda esperada surge de que las empresas pretenden vender todo el stock que poseen. Obsérvese que en el código se calcula VentaEsperada como el Stock dividido el número de consumidores que todavía no consumieron.

Las simulaciones que se realizan consisten en una corrida del modelo para 500 períodos, efectuándose un cambio en el nivel de producción a partir del período 250. Específicamente se disminuyó el nivel de producción desde 20 por empresa (total 200 unidades) hasta 10 por empresa (total 100 unidades), con el objetivo de verificar la evolución del precio.



En función de las consideraciones ya realizadas respecto del coeficiente de ajuste en el precio, se realizaron dos simulaciones. Se observa que para el caso de un alto coeficiente de ajuste en el precio, se logra el nivel medio de equilibrio rápidamente, pero las fluctuaciones son fuertes. En cambio en el segundo gráfico se observa que un menor ajuste del precio genera oscilaciones más suaves sobre el equilibrio, a costa de requerir más interacciones

para equilibrarse (desde el período 250 de cambio en la producción, el precio alcanza el nivel medio de equilibrio recién en el período 400 aproximadamente).

La otra consideración obvia a realizar es que el precio medio de equilibrio obtenido de la modelización de agentes computados es muy aproximado al equilibrio esperado (precio = 5, precio = 10 en las dos situaciones de oferta consideradas)

Este ejemplo ha consistido en la modelización del equilibrio parcial de un solo mercado. Tal ejercicio ha servido para plantear de manera sencilla el enfoque de agentes computados frente a la tradicional visión bottom-down del problema.

Si a este sistema le incorporamos los siguientes elementos:

Una función de producción a las empresas.

Un mercado de trabajo.

Un esquema de ciclo de vida en los individuos, lo que deriva en la necesidad de ahorro.

Un sistema financiero que canalice el ahorro.

La identificación de los agentes por países.

Un mercado de cambios de monedas de los diferentes países.

Obtenemos un modelo de equilibrio general computado aplicable a economía internacional, siendo esto el tema en que nos introduciremos en la sección 4.

4- Introducción a la modelización de equilibrio general con agentes computados

Introducción

Los conceptos explicitados en las secciones anteriores son empleados a partir de esta sección en la introducción a una aplicación específica. En este sentido se ha estimado que el desarrollo de un modelo de equilibrio general es la aplicación más indicada para comprobar el funcionamiento de las herramientas presentadas. Es decir, la importancia de considerar las interacciones entre los agentes como la base constitutiva de la economía se refleja en su máxima dimensión en el desarrollo de un modelo de equilibrio general.

Como se podrá apreciar a medida que se avance en la lectura, la construcción de un modelo de equilibrio general a partir de la modelización de los comportamientos y las interacciones entre los agentes es una tarea sumamente compleja. Por lo que el ambicioso objetivo inicial se ha ido recortando con la inclusión de supuestos simplificadores, que se describirán más adelante.

En esta última parte del trabajo nos limitaremos a plantear la estructura básica de un modelo de equilibrio general con agentes computados, las simulaciones y aplicaciones prácticas se encuentran en una etapa de desarrollo aún no finalizada.

Estructura básica de la economía a modelar

El modelo a presentar inicialmente consiste en una economía cerrada de tipo monetaria con 3 clases de agentes:

Individuos: como consumidores, oferentes de trabajo y propietarios de las empresas.

Empresas: productoras del único bien existente en la economía.

Bancos: demandantes del ahorro de los individuos y oferentes de crédito a las empresas.

Como ya se indicó se supone la existencia de un único bien. En cuanto a los factores de producción se incorporaron los usuales capital y trabajo, no obstante inicialmente se supone una cantidad fija (exógenamente determinada) de capital. En esta primera parte se considera una economía cerrada, supuesto que se eliminará más adelante.

Seguidamente se describirá la estructura básica de los agentes modelados tomando como base de análisis el paradigma de la programación orientada a objetos (compárese con la estructura del modelo anterior).

Individuos

Desde la perspectiva de POO (programación orientada a objetos) los individuos se consideran esquemáticamente de la siguiente manera:

INDIVIDUOS	
(desde i=1 hasta I)	
<u>Variables</u>	
M^i	Demanda de moneda mantenida
E^i	Edad
$P^i = a - bE^i$	Productividad
W^i	Salario
B^i	Empresa en la que trabaja
D^{ib}	Monto de depósitos en cada banco
A^{ie}	Monto en acciones en cada empresa
<u>Procedimientos</u>	
Decisión de consumo	
Decisión de ahorro	

Empresas

Las empresas se presentan de la siguiente manera:

EMPRESAS	
(desde e=1 hasta E)	
<u>Variables</u>	
M^e	Demanda de moneda mantenida
P^e	Precio del bien
S^e	Stock mantenido
R^{eb}	Préstamos adeudados a cada banco
K^e	Capital
<u>Procedimientos</u>	
Demanda de factores	
Ajuste de precio	
Pago de salario	
Distribución de dividendos	
Producción	

Bancos

Los bancos se presentan de la siguiente manera:

BANCOS	
(desde b=1 hasta B)	
<u>Variables</u>	
M^b	Demanda de moneda mantenida
TA^b	Tasa de interés activa
TP^b	Tasa de interés pasiva

Consistencia en los stocks

Las variables presentadas para cada individuo deben respetar restricciones que generan la consistencia global en los stocks del modelo:

$$[1] \quad M^* = \sum_{i=1}^I M_i + \sum_{e=1}^E M_e + \sum_{b=1}^B M_b \quad \text{para } t=1 \text{ hasta } t=T$$

Esta ecuación representa la consistencia en cuanto a la cantidad de dinero existente en la economía. Donde:

M^* : es la cantidad de dinero existente.

M_i : es la cantidad de dinero mantenida por el individuo i .

M_e : es la cantidad de dinero mantenida por la empresa e .

M_b : es la cantidad de dinero mantenida por el banco b .

$$[2] \quad \sum_{i=1}^I D_{ib} = M_b + \sum_{e=1}^E R_{eb} \quad \text{para } b=1 \text{ hasta } b=B \text{ y para } t=1 \text{ hasta } t=T$$

Esta ecuación representa la consistencia en el sistema financiero. Donde:

D_{ib} : son los depósitos del individuo i en el banco b .

R_{eb} : son los préstamos otorgados por el banco b a la empresa e .

$$[3] \quad A_e = \sum_{i=1}^I A_{ie} \quad \text{para } e=1 \text{ hasta } e=E \text{ y para } t=1 \text{ hasta } t=T$$

Esta ecuación representa la consistencia en el stock de acciones correspondientes a cada empresa. Donde:

A_e : es el total de acciones emitidas por la empresa e .

A_{ie} : es la cantidad de acciones de la empresa e mantenidas por el individuo i .

Funcionamiento secuencial del modelo

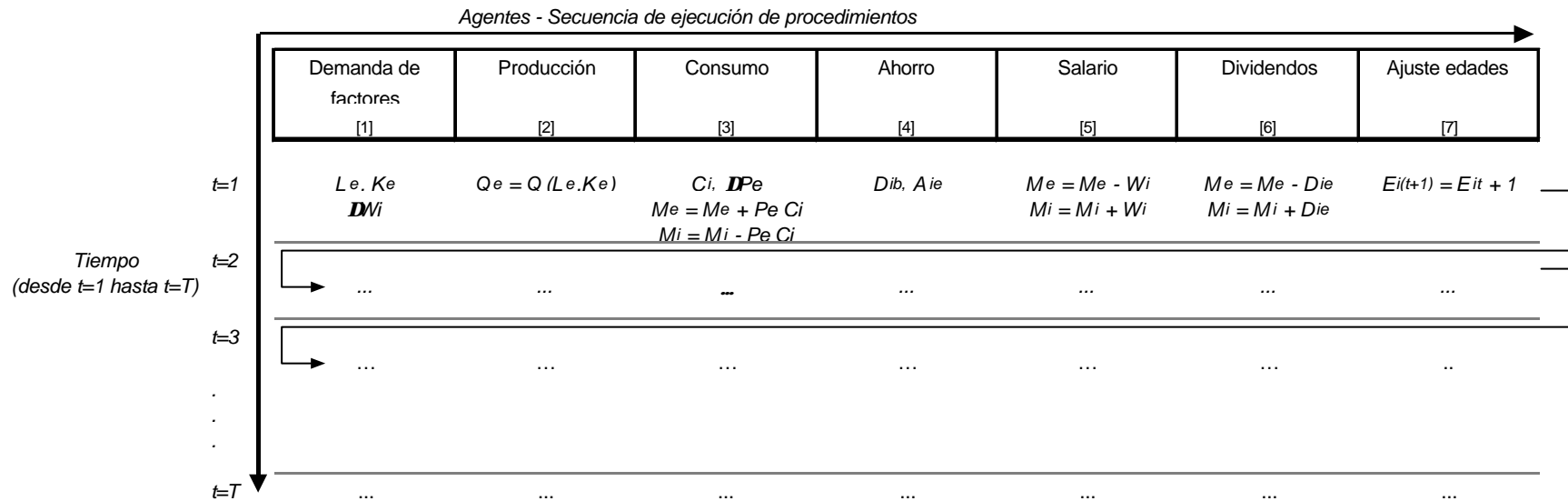
En el cuadro y esquema siguientes se presenta el diseño del funcionamiento secuencial del modelo.

Brevemente puede describirse de la siguiente manera:

Secuencia	Descripción del procedimiento
[1] Demanda de factores	En este procedimiento se produce demanda de factores por parte de las empresas como producto de un proceso de maximización de beneficios. De la negociación con otras empresas por la contratación de trabajadores se produce el ajuste en el salario pagado.
[2] Producción	En este procedimiento las empresas efectúan la producción del bien mediante una función de tipo Coob–Douglas, ajustándose el stock de existencias.
[3] Consumo	En este procedimiento se ejecuta la decisión de consumo de los individuos. La interacción individuo–empresa por la compra del bien genera la dinámica de ajuste en el precio del bien.
[4] Ahorro	Cada individuo optimiza la combinación de activos integrantes de su cartera de ahorro utilizando una función de utilidad dependiente del riesgo (varianza) y rentabilidad (media).

[5] Salario	En este procedimiento se produce el pago de los salarios por parte de las empresas.
[6] Dividendos	Las empresas que verificaron algún excedente luego del pago de salario, realizan una distribución de dividendos hasta agotar el excedente.
[7] Ajuste de edades	Se procede a aumentar las edades de cada individuo. Los individuos que superen la edad máxima son eliminados reemplazándolos por individuos nuevos.

ESTRUCTURA DE FUNCIONAMIENTO SECUENCIAL DEL MODELO



Donde

- L_e es la demanda de trabajo de la empresa e.
- K_e es la disponibilidad de capital de la empresa e.
- W_i es el salario recibido (v pretendido) por el individuo i.
- Q_e es la cantidad producida por la empresa e.
- C_i es consumo decidido por el individuo i.
- Pe es el precio del bien fiado por la empresa e.
- Dib es el monto de depósitos en el banco b decidido por el individuo i.
- Aie es el monto de acciones de la empresa e que posee el individuo i.
- M_i es la cantidad de dinero que posee el individuo i.
- Die es la distribución de dividendos efectuada por la empresa e al individuo i.
- Eit es la edad del individuo i en el momento t.

Funciones de comportamiento de los agentes

Cada uno de los procedimientos descriptos en cuanto a su secuencia de actuación, será analizado en detalle a continuación.

Demanda de factores

Este procedimiento tiene su base en la maximización de beneficios empresarios. Existen una serie de subsecuencias que lo componen y que se describen a continuación:

a) Contacto con individuos

En este paso se conforma un vector con la siguiente estructura:

$$[4] \quad [X_1 \ . \ . \ . \ . X_N]$$

Donde X representa tres variables: (i, W_i, P_i)

Siendo:

i : el número identificador del individuo contactado.

W_i : el salario actual del individuo contactado. En el caso que el individuo no se encuentre trabajando en ninguna empresa, éste es el salario pretendido, caso contrario se debe considerar un proceso de negociación (diferencial de salarios para que exista la posibilidad de que el individuo abandone su empresa actual).

P_i : es la productividad del individuo i . Simplemente es una función lineal decreciente dependiente únicamente de la edad.

El contacto con los individuos puede efectuarse bajo diferentes alternativas:

Información completa: cada empresa se contacta con el total de trabajadores.

Información parcial: los contactos son aleatorios con un subconjunto de los individuos.

b) Ordenamiento del vector de individuos contactados

En este paso se procede a ordenar ascendentemente el vector [4] en función del cociente:

$$[5] \quad \frac{W_i}{P_i}$$

De esta manera quedan en primer lugar los trabajadores relativamente más baratos.

c) Maximización recursiva de beneficios

En este paso simplemente se determina cuantos trabajadores son convenientes de incorporar, a partir del vector [4] ordenado por el cociente [5]. Para esto comparamos recursivamente el costo marginal y el ingreso marginal, deteniéndonos cuando el costo marginal iguala o supera al ingreso marginal.

Las funciones que se comparan son las siguientes:

$$[6] \quad IMg = P_e [f(X_i) - f(X_{i-1})]$$

$$[7] \quad CMg = W_i$$

Dónde $f(X_i)$ es la producción incorporando el vector de trabajadores hasta el trabajador X_i .

P_e es el precio del bien. W_i es el salario pretendido por el individuo trabajador.

Si $IMg > CMg$ entonces el trabajador es incorporado por la empresa y se avanza por el vector [4] al próximo contacto. En cambio si $IMg \leq CMg$ entonces no se incorpora el trabajador y se sale del proceso recursivo.

d) Ajuste del salario pretendido por los individuos

Este proceso contiene dos facetas:

Cuando el trabajador contactado ya pertenece a otra empresa entonces se ajusta el salario por un diferencial positivo (este es un parámetro dentro del modelo). En consecuencia de la interacción empresa–individuo surge esta fuerza que hace aumentar el salario.

La fuerza que hace disminuir el salario surge de aquellos trabajadores que luego de terminado el proceso recursivo de maximización de beneficios por parte de la empresa y habiendo sido contactados continúan desocupados. En este caso el salario pretendido es ajustado a la baja por un coeficiente exógeno al modelo.

Producción

La función de producción supuesta es una Cobb–Douglas:

$$[8] \quad Q_{et} = K_{et}^{0.5} L_{et}^{0.5}$$

Siendo:

$$[9] \quad L_{et} = \sum_{i=1}^I V_i P_i$$

Donde:

V_i puede tener los siguientes valores:

0 si $B_i \neq e$

1 si $B_i = e$

Recordemos que B_i es la empresa en la que trabaja el individuo i , mientras que e es la empresa bajo análisis (ver definición de los objetos realizada al inicio de esta sección).

En definitiva L_{et} representa la sumatoria de productividad de los individuos que trabajan en la empresa e .

La producción que efectúa la empresa es stockeada:

$$[10] \quad S_{et} = S_{e(t-1)} + Q_{et}$$

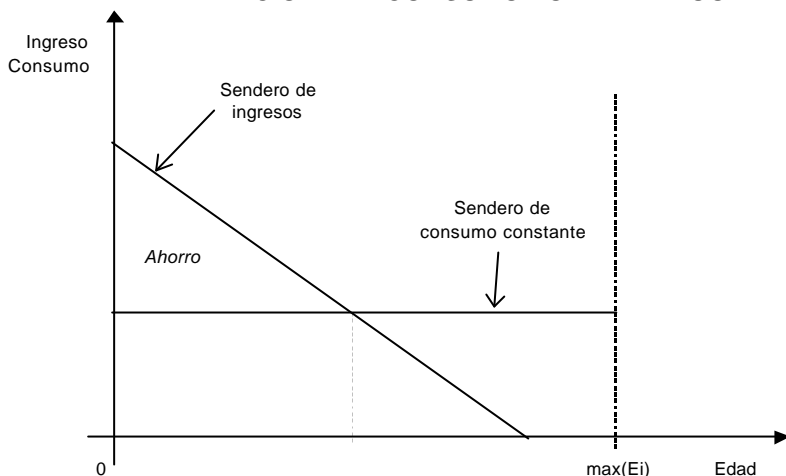
Donde S_{et} representa la cantidad del bien stockeada por la empresa e en el momento t .

Consumo

Para la determinación del consumo de los individuos en cada momento del tiempo se empleó un esquema de ciclo de vida.

En el gráfico se presenta el esquema básico:

ESQUEMA DE CICLO DE VIDA DETERMINACION DEL CONSUMO POR INDIVIDUO



Como puede apreciarse el esquema presenta algunos supuestos:

El sendero de ingresos a lo largo de la vida del individuo es decreciente. Esto refleja básicamente la dependencia lineal decreciente de la productividad individual respecto de la edad. El sendero de ingresos representaría la productividad proyectada multiplicada por el salario esperado por unidad de productividad.

La preferencia intertemporal del individuo es neutra.

La función de utilidad del individuo tiene la siguiente forma:

$$[11] \quad U = U\left(\sum_{E=0}^{\max(E)} C_E\right)$$

$$[12] \quad UMg < 0$$

La maximización de una función con utilidad marginal decreciente junto a la preferencia intertemporal neutra genera la suavización del consumo. El resultado será el mostrado en el gráfico: un consumo constante en cada período, independientemente del sendero de ingresos.

En definitiva el consumo por período va a resultar de:

Calcular los ingresos disponibles durante el resto de vida del individuo, considerando obviamente el ahorro en el momento del análisis.

Calcular la cantidad del bien posible de comprar haciendo el cociente entre los ingresos disponibles y el precio del bien.

Repartir la cantidad del bien posible de comprar en partes iguales para cada período restante de vida del individuo.

La ecuación que nos queda determinada es la siguiente:

$$[13] \quad C_{it} = \frac{\bar{W}_i \sum_{d=E_i}^{\max(E_i)} P_{di} + M_{it} + \sum_{b=0}^B D_{ib} + \bar{A}_i}{\bar{P}(\max(E_i) - E_i + 1)}$$

Donde el numerador representa la disponibilidad total de ingresos esperada por el individuo para el resto de su vida. Siendo:

\bar{W}_i : el salario esperado por unidad de productividad para el individuo i .

P_{di} : es la productividad del individuo i en la edad d .

M_{it} : es la disponibilidad de dinero en el momento t .

D_{ib} : es la disponibilidad de depósitos bancarios del individuo i en el banco b .

\bar{A}_i : son los dividendos a obtener esperados.

Mientras que denominador incorpora la variable \bar{P} que representa el precio esperado del bien.

Llegados a este punto del análisis, resulta importante detenernos en el significado de las variables \bar{W}_i , \bar{A}_i y \bar{P} . Estas variables representan el estado de la naturaleza esperado por el individuo. En este sentido, la forma como el individuo genera expectativas resulta crucial. Más adelante se presentaran consideraciones al respecto.

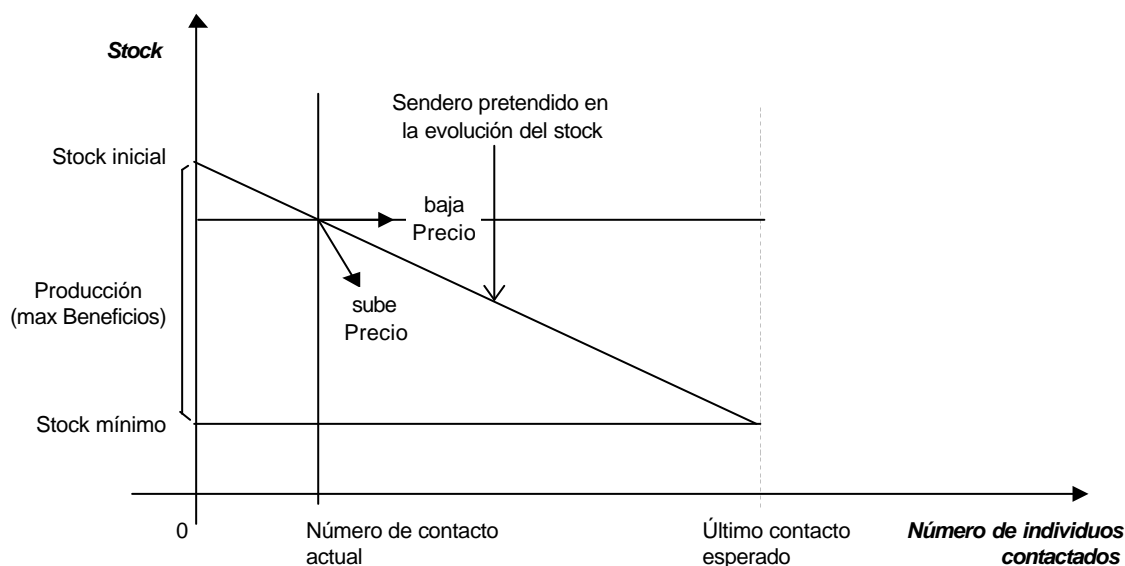
Respecto de la ecuación [13], se observa que el consumo del individuo no depende de la tasa de interés. Esto resulta extraño dado que los ahorros se destinan a los bancos. La respuesta radica en que se supone que las empresas poseen una cantidad fija de capital por lo que no existe el endeudamiento para inversión. En definitiva los bancos lo único que realizan es tomar los préstamos del individuo y devolvérselos de acuerdo al ciclo de vida, por lo que para mantener la consistencia monetaria en los bancos resulta necesario que la tasa de interés sea 0. En este modelo sólo se ha planteado la estructura de datos básica para modelar el sistema financiero. Ampliaciones posteriores podrán incorporar capital variable en las empresas, lo que requerirá financiamiento vía bancos que provean el dinero desde los individuos que lo depositan. De esta manera aparecería una tasa de interés activa y pasiva.

Ajuste del precio del bien

Cada vez que se genera una demanda individual del bien, actúan las empresas ajustando el precio del bien de acuerdo al resultado del contacto con el individuo (si se produjo transacción o no).

El esquema de ajuste en el precio se presenta en el gráfico a continuación.

ESQUEMA DE AJUSTE EN EL PRECIO



Cuando el individuo demanda el bien, lo hace a la empresa de menor precio de las que contactó (todas, bajo información perfecta; o un segmento del mercado, bajo información incompleta). Las empresas luego de producida la transacción efectúan el ajuste del precio. Este comportamiento se produce en todas las empresas contactadas, independientemente de si efectuaron la transacción o no (las empresas que no vendieron tienen como información el hecho de que su precio es mayor al de la empresa que vendió).

El ajuste se realiza comparando la evolución real del stock (las dos flechas del gráfico representan dos posibles evoluciones) con el sendero pretendido de evolución para llegar al final del período al stock mínimo pretendido. Simplemente si el stock se encuentra por encima del stock deseado, entonces la empresa ajustará su precio hacia la baja, mientras que si el stock se encuentra debajo del deseado se ajustará el precio hacia la suba.

Obsérvese que el inicio de este proceso se encuentra con un stock inicial que responde a la maximización de beneficios de la empresa. El lector concentrado recordará la descripción del proceso de maximización de beneficios empresarios y podrá relacionarlo con este ajuste del precio.

Ahorro

La optimización de la cartera de ahorro comprende la elección óptima entre los activos posibles (depósitos bancarios y acciones de las empresas). En el modelo simplificado desarrollado hasta el momento se supone fija la propiedad de las empresas, por lo que todo el ahorro se destina a depósitos bancarios. La única variable que se considera es la memoria default, que consiste en un vector para cada individuo, de la siguiente forma:

$$[14] \quad [DF_1 \ . \ . \ . \ .DF_B]$$

El vector [14] almacena los períodos que pasaron desde el último default producido en el individuo i y el banco b .

Debemos definir el default como aquella situación en que el individuo desea retirar depósitos del banco y no lo logra debido a que el banco no dispone de efectivo suficiente.

En definitiva la determinación de la cartera de ahorro considera los siguientes aspectos:

Rendimiento (media de rendimiento del activo)

Riesgo (varianza en el rendimiento del activo)

Default (considera la probabilidad de no pago)

Dividendos

Luego de pagados todos los salarios las empresas proceden a la distribución del excedente que hubiera quedado, en forma de distribución de dividendos proporcionales a la disponibilidad de acciones de cada individuo, sobre el total de acciones emitidas.

$$[15] \quad D_{ie} = M_e \frac{A_{ie}}{\sum_{i=1}^I A_{ie}}$$

Ajuste de edades

Este procedimiento consiste en la actualización de las edades de los individuos

$$[16] \quad E_{i(t+1)} = E_{it} + 1$$

Esta ecuación se combina con la siguiente regla:

Si $E_{i(t+1)} > \max(E)$ entonces $E_{i(t+1)} = 1$

Esta regla simplemente determina la desaparición de un individuo y la aparición de otro:

En este punto existen una serie de consideraciones importantes que deben definirse:

Posibilidad de transferencia de ingresos: el individuo que desaparece puede poseer activos sobrantes, en el modelo se ha optado por considerarlos como herencia para el nuevo individuo. Lo mismo se consideraría con la existencia de deudas.

El nuevo individuo se incorpora sin pertenecer a ninguna empresa.

Adicionalmente debe indicarse que la configuración inicial de edades de los individuos modelizados resulta relevante para la evolución del sistema. En este sentido debe considerarse que la productividad está en función de la edad de los individuos, en consecuencia debemos configurar las edades iniciales para que la productividad sea constante en todos los períodos. La solución consiste en que la cantidad de individuos de cada edad sea la misma en el momento inicial, dado que no hay crecimiento poblacional, entonces esta situación perdurará en el tiempo.

Modelización de expectativas

En la determinación del consumo individual se planteó la necesidad de generación de expectativas de ciertas variables como precio, salario y dividendos empresarios. En este sentido, existen una serie de posibilidad que se tratan a continuación

La aplicación de expectativas adaptativas

Las expectativas adaptativas nos indicarían que el individuo considera el valor pasado de las variables. Es decir, para el caso del consumo el individuo puede considerar como valor futuro del precio del bien, el valor inmediato anterior ó también puede estimar una tendencia pasada del precio (con estructura de ponderadores dependiente del tiempo, setc.). En el desarrollo actual del modelo se considera el valor actual de la variable como expectativa futura. No obstante el modelo final considerará las expectativas racionales que se tratan a continuación.

La aplicación de expectativas racionales: elementos básicos

La idea de expectativas racionales (Sargent 1993) tiene dos componentes: primero cada individuo se comporta maximizando una función objetivo sujeta a restricciones que percibe, y segundo, las restricciones que percibe el individuo son consistentes agregadamente en el sistema.

Consideremos un ejemplo simple para comprender ambos componentes:

Tenemos una firma que maximiza beneficios: $B(x,P)=px-c(x)$ donde c es una función de costos de pendiente positiva.

Existe una función de demanda del tipo $p=p(nX)$.

Cada firma es tomadora de p y tomadora de X y elige x maximizando $B(x,P)$, lo cual significa que x debe satisfacer la condición $p=c'(x)$.

Si denotamos la solución como $x^*=\operatorname{argmax}_x B(x,P) = g(p)$.

Podemos escribir $x=g(p(nX))=h(X)$.

El primer componente de expectativas racionales nos dice que el mejor sendero de respuesta es $x=h(X)$.

El segundo componente de expectativas racionales nos impone consistencia entre la decisión individual y la elección agregada. A causa de que en este simple ejemplo suponemos que todas las firmas son idénticas, la consistencia requiere que $X=h(X)$, es decir que cada firma considere el p, X que eligió el promedio de las firmas.

En definitiva se requiere que $x=X=h(X)$, lo cual significa que actuando competitivamente cada firma no tiene incentivos de desviarse del promedio de la industria (comportándose optimamente). Es decir, el equilibrio de expectativas racionales es el modelo usual de mercado competitivo.

La aplicación de expectativas en el modelo

En la decisión de consumo antes presentada el primer componente de expectativas racionales está presente en la maximización de utilidad implícita en el problema. El segundo componente de consistencia agregada debe explicitarse un poco más. En este sentido se requiere que la elección de P, W, A por el individuo i sea consistente con las restricciones de stocks a nivel agregado presentes en el modelo.

La implementación del modelo en un programa computable

En base a las consideraciones realizadas (que en algunos aspectos faltan completar) es posible vislumbrar que la construcción de un modelo de equilibrio general con las características descritas no resulta una tarea imposible. De hecho ya la parte básica de la estructura del programa requerido se encuentra finalizada y algunas simulaciones fueron realizadas con el objeto de comprobar la estabilidad estructural del modelo. Tales simulaciones no son presentadas en esta versión preliminar del trabajo.

5- ¿Por qué computar un modelo? Ventajas y desventajas

Una cuestión esencial consiste en las justificaciones para aplicar modelización por agentes computados. En este sentido podemos enumerar las siguientes situaciones:

Cuando el modelo planteado posee un grado de complejidad que hace dificultosa o imposible la resolución analítica, en terminología de “Sistemas Adaptativos Complejos” estaríamos hablando de modelo irreducibles.

Cuando se pretende modelar múltiples agentes con heterogeneidades.

Cuando la modelización de las interacciones entre los agentes resulta relevante para el problema a estudiar. Estos son los típicos modelos de información imperfecta y problemas de coordinación

Cuando se pretende estudiar la dinámica hacia el equilibrio y los efectos de shocks.

En consecuencia las ventajas de la modelización de agentes computados radican en la posibilidad de considerar las situaciones antes descritas.

En lo referente a las desventajas (o problemas asociados) tenemos las siguientes:

No existe una prueba general de la estabilidad estructural de los modelos de agentes computados. Sólo puede comprobarse estabilidad mediante “pruebas” con diferentes estados iniciales y parámetros.

Las conclusiones que brinda el modelo dependen de la parametrización realizada y de las condiciones iniciales establecidas. Sólo puede comprobarse la fuerza de las conclusiones probando con diferentes sets de condiciones iniciales y parámetros.

La construcción de un modelo de agentes computados es compleja y requiere de herramientas de programación medianamente avanzadas. En consecuencia la divulgación del diseño detallado del modelo es más dificultosa que en el caso de los modelos matemáticos (en la mayoría de los casos). Adicionalmente resulta dificultosa la replicación de los resultados.

6- Aplicaciones de los instrumentos presentados

El siguiente es un breve listado de desarrollos futuros que resultan de interés para analizar empleando las herramientas aquí presentadas:

Distribución del ingreso: la modelización presentada, al permitir heterogenidad entre los agentes resulta ideal para realizar estudios de distribución del ingreso, analizándose efectos de políticas económicas y repercusiones de shocks.

Seguridad Social: el modelo presentado tiene un esquema de ciclo de vida en los individuos que resulta sumamente apropiado para incorporar la problemática de la Seguridad Social, modelizándose el envejecimiento de la población, los diferentes esquemas de financiamiento (capitalización vs reparto), sus efectos macro, etc.

Flujos de capitales: redefiniendo el modelo presentado para representar múltiples economías internacionales, resulta posible estudiar los efectos de diferentes shocks ante distintos esquemas de mercados de capitales (libres ó restringidos). Los mecanismos de transmisión del ciclo económico a través del mercado internacional de capitales también resultan un tema de interés que puede ser incorporado al modelo.

7- Consideraciones finales

Tal como se indicó en la introducción, este trabajo comprende el primer esfuerzo realizado por el autor en la búsqueda de un modelo de equilibrio general basado en agentes computados. Estos primeros pasos parecen indicar que las posibilidades resultan alentadoras, puesto que los conocimientos básicos del paradigma de los sistemas complejos han podido ser aplicados a un simple ejemplo de equilibrio parcial. Adicionalmente las líneas iniciales de diseño de un modelo de equilibrio general se han planteado, ofreciéndose a discusión en este trabajo.

Sin duda que el problema básico en la realización de trabajos de este tipo radica en la dificultad computacional inherente. En este caso el autor tuvo que incursionar en los lenguajes de programación y adquirir conceptos extraños tales como la programación orientada a objetos. No obstante este esfuerzo no será en vano si el final del camino implica ampliar las posibilidades de análisis en base a la modelización mediante agentes computados. En realización a la dificultad computacional, un problema evidente radica en poder plasmar en un escrito o en una exposición lo que en la realidad se diseñó sobre la base de un lenguaje de programación, esto es un problema que no tiene el enfoque

matemático de la economía puesto que este es un lenguaje bien difundido⁵. No obstante dados los avances constantes de las interfaces desarrolladas por los lenguajes de programación, esta parece ser una dificultad decreciente en el tiempo.

⁵ Hasta un cierto nivel de dificultad.

8- Apéndice: el carácter aleatorio de los modelos

Los modelos de agentes computados requerirán en muchas circunstancias de características aleatorias⁶. Esta necesidad puede ser satisfecha sin problemas por los números *random* existentes en cualquier lenguaje de programación.

No obstante el problema surge porque el estudio mediante modelos de agentes computados requiere adicionalmente la posibilidad de comparar la evolución del modelo bajo distintas circunstancias (parametrización, cambios en las funciones de comportamientos, alteraciones en la secuencia de actuación, etc.). Tal necesidad de realizar análisis tipo benchmark hace que sólo las propiedades que el investigador requiera sean alteradas. El problema es que la secuencia de números aleatorios también será distinta y sumará su efecto sobre el cambio en la dinámica del modelo.

Para poder “limpiar” del modelo el efecto de la aleatoriedad se dispone en el lenguaje delphi-pascal de una función muy útil denominada **randseed**. Tal función recibe como argumento un número entero que define un único sendero de números aleatorios. De esta manera si queremos que los números aleatorios sean los mismos en dos simulaciones, sólo debemos fijar un sendero determinado (por ejemplo randseed(1)). Adicionalmente se puede probar la robustez de los resultados bajo diferentes senderos de números aleatorios.

Otra manera de generar una secuencia de números de carácter aleatorio, es mediante una función derivada de la teoría del caos.

⁶ El ejemplo más claro son los ordenamientos aleatorios de la secuencia de actuación de los agentes.

9- Bibliografía consultada

- D. Friedman (1991), "Evolutionary Games in Economics", *Econometrica* 59.
- Inprise editions. "Delphi guide". 1998. Manuales de programación de Delphi pascal.
- J.Arifovic (1994), "Genetic Algorithm Learning and the Cobwed Model", *Journal of Economic Dynamical and Control* 18
- J.Holland and J.miller (1991). "Artificial Adaptative Agents in Economic Theory", *American Economic Review Pappers and Proceedings* 81
- Leight S. Tesfatsion (1997), "How Economists Can Get Alife". Editado en "The Economy as an Evolving Complex System".
- Leight S. Tesfatsion. "A Trade Network Game with Endogenous Partner Selection".
- Leight S. Tesfatsion. Home Page: www.econ.iastate.edu/tefatsi.. Department of Economics Iowa State University.
- Monroy Olivares. "Teoría del caos". Alfaomega Grupo Editor. 1997.
- P.W. Anderson, K. J. Arrow, and D. Pines, (1988), *The Economy as an Evolving Complex System*. Santa Fe Institute in the Sciences of Complexity, Addison-Wesley, Redwood City, CA.
- R. Axelrod (1997), *The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Conflict and Cooperation*, Princeton University Press.
- T. J. Sargent, "Bounded Rationality in Macroeconomics" (1993). Clarendon Press Oxford.